Zeitgleichung und Jahreszeiten 2011

Berechnungen anhand von Basiswerten für M_0 und L_0

Fritz Ostermann, Köln, Juni 2011 http://www.f-ostermann.de

Jede funkgesteuerte Küchenuhr zeigt uns – meist zeitverschoben- die für uns Menschen auf die Länge von Greenwich bezogene Weltzeit UT. Zur Klärung der Frage, wie in diese UT die Jahreszeiten einzuordnen sind und wie sich der örtliche Sonnentag zwischen zwei Meridiandurchgängen in der UT darstellt, kommt man nicht umhin, sich eine Vorstellung vom Zusammenhang der täglichen Erdrotation mit dem jährlichen Lauf der Erde um die Sonne vor dem Sternhimmel zu machen. Aus meiner Schulzeit in den 30er Jahren in Berlin-Reinickendorf habe ich eine Graphik aus dem Berliner Schulatlas im Gedächtnis, die diesen Lauf einprägsam darstellt. Das folgende Bild zeigt sie .

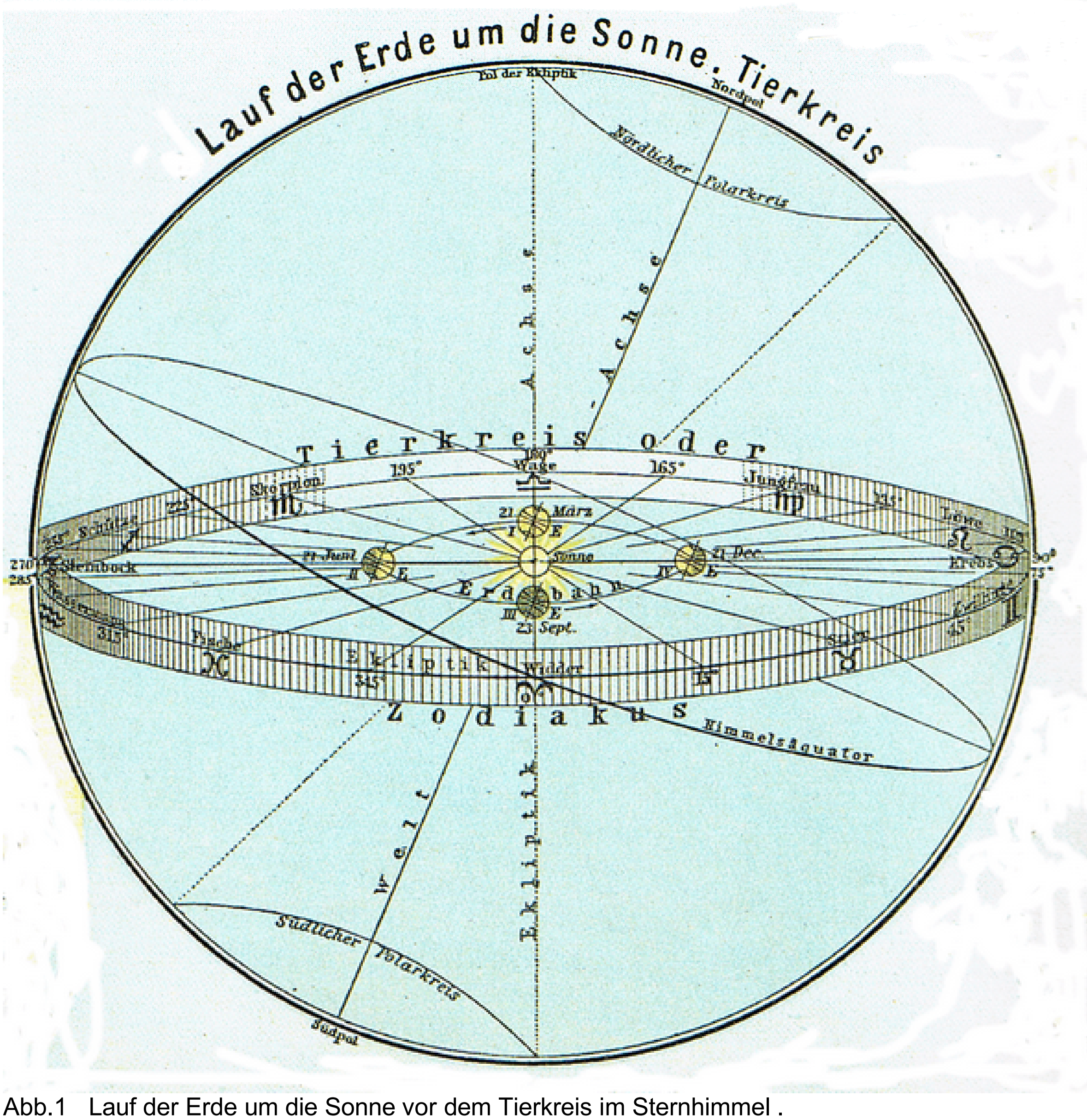

Abb.1 Lauf der Erde um die Sonne vor dem Tierkreis im Sternhimmel .
Eine Graphik aus dem Berliner Schulatlas 1910 , Teubner-Verlag , Leipzig und Berlin

In diesem Bild ist kein Raum gegeben zur Darstellung von Details der Erdbewegung, die bei der Berechnung von Bahn- und Zeitpunkt der Anfänge der Jahreszeiten als auch von Werten der Zeitgleichung, dem täglichen Abgleich zwischen dem Sonnentag und dem auf die örtliche Länge bezogenen mittleren Tag (örtliche UT), eine Rolle spielen. Beispielsweise, dass die Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne nicht konstant ist und die Dauer eines Umlaufs kein Ganzzahl-Vielfaches der Dauer einer Erddrehung ist, da die Erdbahn eine Ellipse mit der Sonne in einem ihrer Brennpunkte ist und kein Kreis. Oder etwa, dass sich der auf der Zeitskala eines Jahres derzeit Anfang Januar platzierte sonnennahe Scheitelpunkt (Perihel P) zum Frühjahrspunkt F hin bewegt, dem Ort des Äquinoktium im März. Ins Bild sind solche Details hineinzudenken.

Im blog vom 9. April 2011 der Seite www.helios-sonnenuhren.de hat Günther Zivny [6] den Wert der Zeitgleichung für den 10. Jan 2011 12:00 MEZ schrittweise berechnet, gestützt auf aktuelle Angaben für Periheldurchgang und Sommersonnenwende anno 2011 sowie erste Glieder einer Reihenentwicklung des Bahnwinkels der Erde nach [4],[5]. Meinen Kommentar vom 14. April zu diesem Artikel ergänze ich hier durch eine Berechnung des ZG-Werts zum gleichen Tag, die sich auf die im Sonnenuhrenhandbuch der DGC [1] angegebenen Werte der mittleren Anomalie M_0 und ekliptischen Länge L_0 der Sonne neben numerischer Exzentrizität e und Schiefe ε_o der Ekliptik einer für die Jahre 2000 bis 2025 angelegten Tabelle stützt sowie auf die Keplerchen Gleichungen

(K1) $\tan(\frac{E}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\cdot\tan(\frac{V}{2})$ und (K2) $M = E - \frac{180°}{\pi}\cdot e\cdot \sin E$ (siehe [1, Anhang 3])

Zudem werden neben der Lage von F und dem Moment t_F, in dem die Erde den Bahnpunkt F erreicht, auch die Anfänge der übrigen Jahreszeiten 2010/2011 sowie deren Dauer berechnet und es werden Approximationsterme angegeben, mit denen sich gute Näherungswerte der ZG für kommende Jahre ermitteln lassen. Als numerische Rechenhilfe kann ein Taschenrechner oder, wie für den Text hier, die Tabellenkalkulation von Excel dienen.

Zeitgleichung

Im SHB 2006 auf CD [1] findet man die Zeitgleichung bei Angabe aller Winkel in grad wie folgt definiert und umgeformt:

$$ZG = \frac{\alpha_M - \alpha}{15°/h} = \frac{M - V}{15°/h} + \frac{\Lambda - \alpha}{15°/h} = ZG_{dyn} + ZG_{geo}\ .$$

Zur Umformung wurde $\Lambda = L + V$ sowie $\alpha_M = L + M = M - V + \Lambda$ benutzt. Es bedeuten:

V	*wahre Anomalie*: heliozentrischer Bahnwinkel der Erde in der Ekliptik ab Perihel P.
E	*exzentrische Anomalie* : Bahnwinkel der Erde in der Ekliptik ab P mit dem Scheitel im Mittelpunkt Z der Erdbahnellipse
M	*mittlere Anomalie*: heliozentrischer Bahnwinkel $M = M_0 + \omega_{mE}\cdot(t-t_0)$ einer *mittleren Erde* mE in der Ekliptik. Es ist $M_0 = M(t_0)$ der Wert am Anfang eines gegebenen Jahres nach Tabelle, ω_{mE} = 360°/ANJ = 0.985599 °/d die Winkelgeschwindigkeit von mE, ANJ = 365.25998 d das anomalistische Jahr von P zu P, t der Zeitparameter in Tagen d ab t_0 = 0 d bezogen auf einen Jahresanfang 12:00 UT, $M(t_P) = M_0 + \omega_{mE}\cdot(t_P - t_0) = 0°$, t_P der Moment, bei dem die mE im Perihel P.
Λ	*ekliptische Länge der Sonne* : heliozentrische Länge der Sonne in der Ekliptik ab dem Frühlingspunkt FP (♈).
L	*Perihellänge*: *mittlere Länge* $L(t) = L_0 + \varpi_{mP}\cdot(t-t_0)$ des Perihels in der Ekliptik, wobei $L_0 = L(t_0)$ der Wert eines gegebenen Jahres nach Tabelle, $\varpi_{mP} = \omega_{mS} - \omega_{mE}$ = 0,00004614°/d , ω_{mS} = 360°/TRJ = 0,985645°/d , TRJ = 365.2429 d das tropische Jahr von FP zu FP .
α	*Rektaszension der Sonne*: Senkrechte Projektion von Λ in der Ekliptik auf die Äquatorebene ab dem FP (geozentrische Sicht).
α_M	*Rektaszension der mittleren Sonne*: Bahnwinkel $\alpha_M = L_0 + M_0 + \omega_{mS}\cdot(t-t_0)$ einer *mittleren Sonne* mS in der Äquatorebene bei geozentrischer Sicht mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{mS} = 360°/TRJ = 0,985645°/d und im Moment t_F mit dem Wert $\alpha_M(t_F) = L_0 + M_0 + \omega_{mS}\cdot(t_F - t_0) = L_0 + M_0 + (\omega_{mS} - \omega_{mE})\cdot(t_F - t_0) + \omega_{mE}\cdot(t_P - t_0) = L(t_F) + M(t_F)$.

Im Bogenmaß rad =180°/π =57,29578° alias 1° =0,0174533 rad rechnen wir hier mit $\omega_{mE} = 2\pi$/ANJ = 0.0172020 rad/d , $\omega_{mS} = 2\pi$/TRJ = 0,0172027 rad/d .

In der Abb.2 liegt die Ekliptik in der Zeichenebene und die Äquatorebene ist linksseitig angehoben zu denken. V und M sowie E werden in der Ekliptik im Gegenuhrzeigersinn wachsend ab dem Perihel P und L(t) sowie Λ ab dem Frühlingspunkt F auf der Erdbahn abgetragen.
Der Winkel V+L zwischen F und Erde ist gleich dem Winkel Λ zwischen dem Herbstpunkt H und dem Sonnenbild S' auf der Erdbahn. Es ist $\Lambda(t_F)=0°$ und damit $V(t_F) = -L(t_F)$. Die Rechnung für 2011 liefert t_F= 78,47107 d, $V(t_F)$= 76,86726° , $M(t_F)$= 75,00852° , $V(t_F)-M(t_F)$= 1, 85874° und $L(t_F)$= –76,87046° .

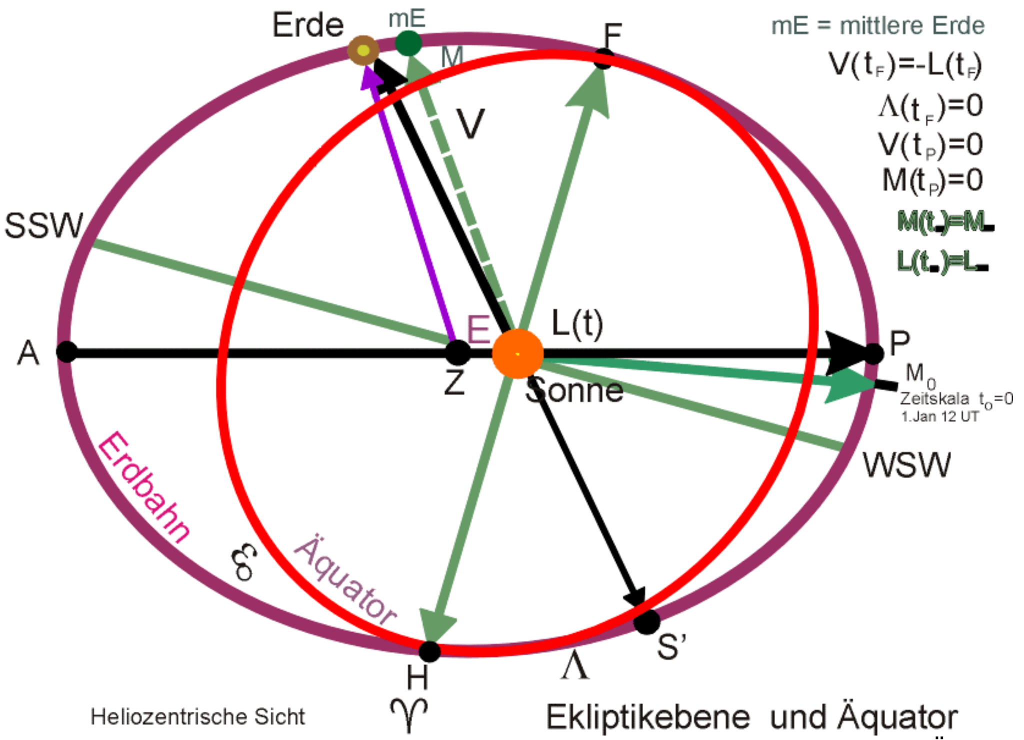

Abb.2. Lauf der Erde und von mE um die Sonne bei linksseitig angehobenem Äquator

In der Abb.3 liegt der Äquator in der Zeichenebene und die Ekliptik ist linksseitig angehoben Die Winkel α und α_M werden in der senkrechten Projektion des scheinbaren Laufs der Sonne um die Erde auf die Äquatorebene im Gegenuhrzeigersinn wachsend abgetragen, α ab dem Punkt FP . Für den Moment t_F anno 2011 liefert die Rechnung $\alpha_M(t_F) = -V(t_F)+M(t_F) = -1{,}85874°$. In die tägliche Erddrehung umgerechnet sind das –7:26 min, es ist der ZG-Wert dieses Moments. Etwa 1,88d nach dem Äquinoktium im Frühjahr ist $\alpha_M = 0°$. Die Winkeldifferenz zwischen dem Projektionsbild pS der Sonne auf die Äquatorebene und der mittleren Sonne mS liefert allgemein, auf die tägliche Erdrotation umgerechnet von grad in min, den ZG-Wert des betreffenden Tages.

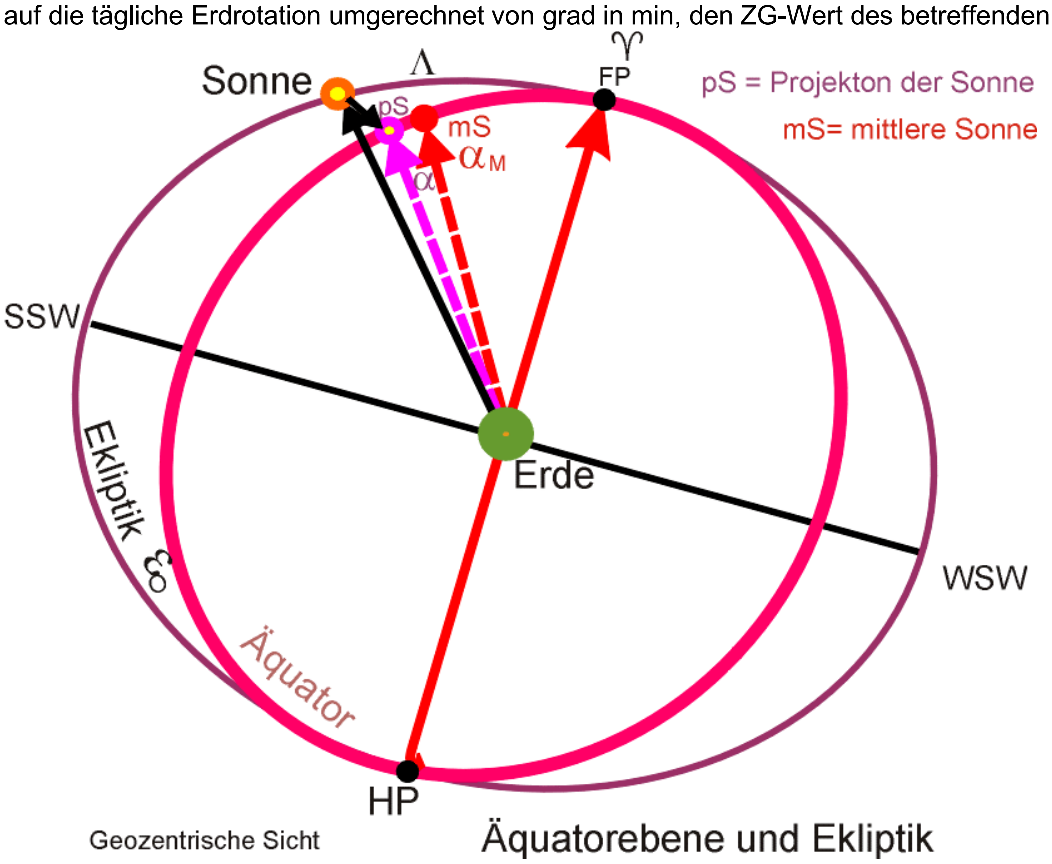

Abb.3. Lauf der Sonne und von pS und mS um die Erde bei linksseitig angehobener Ekliptik

Rechenexempel

1. Zeitparameter

Die Tabellenwerte M_0 und L_0 anno 2011 sind auf 12:00 UT bezogen. Auf der Zeitachse ab 1. Jan 2011 wird deshalb mit t = 0 d ab 12:00 UT gestartet.
Am **10. Januar 12:00 UT** hat dieser Parameter den Wert **t = 9,0d** .
Fürs analoge Beispiel in [6] beginnt die Zeitachse am 1. Jan 2011 um 0:00 MEZ .

2. Periheldurchgang 2011

Nach den im SHB für 12:00 UT tabellierten Werten hat die mittlere Anomalie anno 2011 auf der gewählten Zeitachse bei $t_0 = 0$ d den Wert $\mathbf{M_0 = -2{,}33252°}$.
Aus $M_0 = M(t_0)$ und $M(t_P) = M_0 + \omega_{mE} \cdot (t_P - t_0) = 0$ mit $\omega_m = 0{,}985599°/d$ ergibt sich
$M_0 + \omega_m \cdot t_P = 0° \Leftrightarrow t_P = 2{,}33252°/\omega_{mE}$, also $t_P = 2{,}36660$ d .
Demnach war am 3. Jan 2011 um 19:48 UT die mittlere Erde mE im Perihel. Gleichzeitig befindet sich dort die wahre Erde. Im Earth-Seadons-Naval Oceanography Portal [8] jst 3. Jan 19 UT angegeben.

3. Bahnwinkel der Erde am Anfang der Jahreszeiten 2011

Nach den tabellierten Werten hat am 1.Jan 2011 12:00 UT der Bahnwinkel zwischen dem Punkt F und dem Perihel P den Wert $\mathbf{L_0 = -76{,}87088°}$. Zum Frühlingsanfang im Moment t_F ist
$\Lambda = V + L = 0°$, also $V(t_F) = -L(t_F) = -L_0 - \varpi_{mP} \cdot t_F$. Diese Gleichung löst $t_F = 78{,}47107$ d , denn wie sich noch zeigt, liefert die Berechnung beider Seiten den gleichen Winkel –76,86726° .
Die Bahnwinkel zu den Anfängen der Jahreszeiten Winter 2010/2011 sowie Sommer, Herbst und Winter 2011 weichen von $V(t_F)$ um –90° , 90°, 180° bzw. 270° ab.
Für die Bahnwinkel ab P wird gesetzt:

$\mathbf{V'_W = V(t'_W) = -L(t_F) - 90° = -13{,}13234°}$, t'_W = Zeitpunkt des WSW 2010 ,
$\mathbf{V_F = V(t_F) = -L(t_F) = 76{,}86726°}$, t_F = Moment des auf steigenden Äquinoktium 2011,
$\mathbf{V_S = V(t_S) = -L(t_F) + 90° = -166{,}86726°}$, t_S = Zeitpunkt der SSW 2011 ,
$\mathbf{V_H = V(t_H) = -L(t_F) + 180° = 256{,}86726°}$, t_H = Moment des absteigenden Äquinoktium 2011,
$\mathbf{V_W = V(t_W) = -L(t_F) + 270° = 346{,}86726°}$, t_W = Zeitpunkt der WSW 2011.

4. Bahnwinkel der Erde am 10. Jan 2011, 12:00 UT

Der Bahnwinkel V(t) der Erde am 10. Jan 2011, 12:00 UT wird zum Parameter t = 9 d anhand der umgeformten Keplerchen Gleichungen

K1* $\tan(\frac{V}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan(\frac{E}{2})$ und K2* $E = M + \frac{180°}{\pi} \cdot e \cdot \sin E$ berechnet, wobei

e = 0,01670438 . Mit dem Term $R(x) = M + e \cdot \sin x$ auf der rechten Seite von K2* im Bogenmaß ergibt sich durch Iteration, beginnend mit dem Startwert
$x_0 = M(9\text{ d}) = 6{,}53787° = 0{,}1141074$ rad , zunächst
$x_1 = R(x_0) = 0{,}1141074 + e \cdot \sin(0{,}11411074 \text{ rad}) = 0{,}11600939$ rad und dann der Reihe nach
$x_2 = R(x_1) = 0{,}11604148$ rad, $x_3 = R(x_2) = 0{,}11604148$ rad , $x_4 = R(x_3) = 0{,}11604148$ rad .
Man hat nach vier Schritten eine Näherungslösung $x_4 = 6{,}648687°$ fürs gesuchte E(9d) mit mehr als sechs geltenden Nachkommastellen. Anhand von K1* und der arctan-Funktion , deren Mehrdeutigkeit ±180° stets zu beachten ist, erhält man

$\mathbf{V(9d)} = 2 \cdot \arctan(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan(\frac{E}{2}) = \mathbf{6{,}760435°}$ **.**

Alternative Rechnung

Der Bahnwinkel V(9d) lässt sich wie in [2], [6] mit den ersten Gliedern der Reihe aus [4],[5]

$V(t) = M + 2 \cdot e \cdot \sin M + e^2 \cdot \frac{5}{4} \cdot \sin(2 \cdot M) + e^3 \cdot (-\frac{1}{4} \cdot \sin M + \frac{13}{12} \cdot \sin(2 \cdot M)) + \ldots$ rad ermitteln,

wobei e = 0,01670438 und $M = \omega_{mE} \cdot (t - t_P)$ mit $\omega_{mE} = 2\pi/ANJ = 0{,}01720195$ rad/d .
Aus $t - t_P = 9\text{ d} - 2{,}36660057\text{d} = 6{,}63339943\text{d}$ und M(t) = 0.11410743 rad ergibt sich
V(9 d) = 0.11410743 + 0.00380392+ 0.00007891 + 0.00000101 + ... = 0,11799195 rad ,
im Gradmaß also nahezu wie zuvor V(9d)= 6,760434° .

5. Beginn der Jahrenzeiten

Der Ansatz $V(t_F) = 76{,}86726°$ mit unbestimmten t_F führt anhand der Keplerchen Gleichungen K1 , K2 und e = 0,0167044 mit den Rechenschritten

$E(t_F) = 2 \cdot \arctan(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \tan(\frac{V_F}{2})) = 75{,}93692°$, $M(t_F) = E(t_F) - e \cdot \sin E(t_F) \cdot \frac{180°}{\pi} = 75{,}00852°$,

$t_F - t_P = 75{,}00852°/\omega_{mE} = 76{,}10447\text{d}$ zu $t_F = 2{,}36660\text{d} + 76.10447\text{d} = 78{,}47107$ d

und mit diesem t_F liefert $L(t_F) = L_0 + \varpi_{mP} \cdot (t_F - t_0) = -78{,}86726°$ den Wert $-V(t_F)$ zurück.
Im Moment $t_F = 78{,}47107$ d ist also $V(t_F)+L(t_F) = 0°$ und damit die Erde im Bahnpunkt F.
Somit war sie nach unserer Rechnung anno 2011 am 20. März 23:18 UT im Bahnpunkt F.
In [7] , [8] wird der 21 März 00:21 MEZ bzw. 20.März 23:21 UT genannt.

Die Zeitparameter t'_W , t_S , t_H und t_W für die WSW 2010 sowie SSW, Herbstanfang und WSW 2011 ergeben sich mit analogen Rechenschritten.

$$E(t'_W) = 2 \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \tan\left(\frac{V'_w}{2}\right)\right) = -12{,}91702°\,,\quad M(t'_W) = E(t'_W) - e \cdot \sin E(t'_W) \cdot \frac{180°}{\pi} = -12{,}70307°\,.$$

$$E(t_S) = 2 \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \tan\left(\frac{V_S}{2}\right)\right) = 166{,}64800°\,,\quad M(t_S) = E(t_S) - e \cdot \sin E(t_S) \cdot \frac{180°}{\pi} = 166{,}42698°\,.$$

$$E(t_H) = 2 \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \tan\left(\frac{V_H}{2}\right)\right) = 257{,}80113°\,,\quad M(t_N) = E(t_H) - e \cdot \sin E(t_H) \cdot \frac{180°}{\pi} = 258{,}73661°\,,$$

$$E(t_W) = 2 \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \tan\left(\frac{V_W}{2}\right)\right) = 347{,}08298°\,,\quad M(t_W) = E(t_W) - e \cdot \sin E(t_W) \cdot \frac{180°}{\pi} = 347{,}29693°\,,$$

$t'_W - t_P = -12{,}70307°/\omega_{mE} = -12{,}88868$d, also $\mathbf{t'_W} = 2{,}36660\text{d} - 12.88868\text{d}$ **= –10,52208d ,**
$t_S - t_P = 166{,}42699°/\omega_{mE} = 168{,}85865$d, also $\mathbf{t_S} = 2{,}36660\text{d} + 168.85865\text{d}$ **= 171,22525d ,**
$t_H - t_P = 258{,}73661°/\omega_{mE} = 262{,}51703$d, also $\mathbf{t_H} = 2{,}36660\text{d} + 262.51703\text{d}$ **= 264,88363d ,**
$t_W - t_P = 347{,}29693°/\omega_{mE} = 352{,}37130$d, also $\mathbf{t_W} = 2{,}36660\text{d} + 352{,}37130\text{d}$ **= 354,73790d .**
Aufs Datum und Uhrzeit umgerechnet hat somit die Rechnung ergeben:
WSW 2010 am 21. Dez 23:28 UT, SWS 2011 am 21. Juni 17:24 UT,
Herbstanfang 2011 am 22.Sept 9:12 UT , WSW 2011 am 22. Dez 5:24 UT.
In [7], [8] werden genannt: 21. Dez 23.38 UT , 21. Juni , 19.16 MESZ und 17:16 UT ,
23. Sept 11:04 MESZ und 9: 05 UT , 22.Dez 5:30 UT .

Dauer der Jahreszeiten

Folgende Jahreszeit-Längen in Tagen anno 2010/2011 wurden errechnet:
88,99 d Winter 2010/2011, 92,75 d Frühling 2011, 93,66 d Sommer und 89,85 d Herbst 2011

6. Rektaszension der Sonne

Die Rektaszension α der Sonne ist das Bild der senkrechten Projektion der ekliptischen Länge Λ auf die Äquatorebene (siehe [1], [3]). Demnach ist $\tan\alpha = \cos\varepsilon_0 \cdot \tan\Lambda$, also
$\alpha = \arctan(\cos\varepsilon_0 \cdot \tan\Lambda)$, wobei $\boldsymbol{\varepsilon_o = 23{,}43786°}$ die Schiefe der Ekliptik anno 2011.
Der von F statt P gemessene Winkel $V' = V + L = V + L_0 + \Delta\omega \cdot (t - t_0)$ hat die Rolle von Λ . Mit t= 9 d am 10.Jan 2011 12:00 UT hat dieser Winkel den Wert
$V'(9d) = V(9d)+L(9d) = V(9d) + L_0 + 0{,}00042° = 6{,}760435° - 76{,}87046° = -70{,}11003°$.
Demnach ist also $\boldsymbol{\Lambda(9d) = -70{,}11003°}$.
Die Rektaszension der Sonne am 10. Jan 2011 12:00 UT hat somit den Wert:
$\boldsymbol{\alpha(9d) = \arctan(\cos\varepsilon_0 \cdot \tan(\Lambda(9d)))} = \arctan(-2{,}535931)$ **= –68,47907° .**

7. Rektaszension der mittleren Sonne

Der Term $\alpha_M(t) = L_0 + M_0 + \omega_{mS} \cdot (t - t_0)$ liefert zum Zeitparameter t = 9 d den Wert
$\boldsymbol{\alpha_M(9d) = -76{,}87088° - 2{,}33252° + 8{,}870810° = -70{,}33259°}$ **.**

8. ZG-Wert am 10. Jan 2011 12:00 UT

Die Winkeldifferenz zwischen dem Projektionsbild pS der Sonne und der mittleren Sonne mS in der Äquatorebene betrug $\boldsymbol{\alpha_M(9d) - \alpha(9d)} = -70{,}33259° + 68{,}47907°$ **= –1.85352°** .
Die Rotation der Erde benötigt 4 min pro grad. Damit ist
ZG (9d) = $(\alpha_M(9d) - \alpha(9d)) \cdot 4$ min/° = –7,414 min **= –7:24,8 min** .

Vergleich mit anderen ZG-Berechnungen

Die folgende Tabelle zeigt berechnete ZG-Werte im Vergleich mit Werten von Helios, Zivny sowie einem Term FO aus [2] in der Form
$ZG(t) = ZG_{dyn}(t) + ZG_{geo}(t)$ für t = 0,1,2,...,365 (366) d, wobei
$ZG_{dyn}(t) = -7{,}66\,\text{min} \cdot \sin(\omega_{mE} \cdot (t - t_P)) - 0{,}08\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot \omega_{mE} \cdot (t - t_P))$ und

$$ZG_{geo}(t) = -9{,}86\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot \omega_{mS} \cdot (t - t_W)) - 0{,}21\,\text{min} \cdot \sin(4 \cdot \omega_{mS} \cdot (t - t_W)) - (0{,}15\,\text{min} + 0{,}66\,\text{min} \cdot \sin(\omega_{mE} \cdot (t - t_P))) \cdot \cos(2 \cdot \omega_{mS} \cdot (t - t_W))\,.$$

Darin ist t_P = 2,34 d für den Periheldurchgang anno 2011 gesetzt und für die vorangehende Wintersonnenwende anno 2010 $t_W = t_P - 12{,}85$ d = –10,51 d .

t = in d	**ZG gerechnet** 12:00 UT	**ZG Helios** 12:00 MEZ	**ZG Zivny** 12:00 MEZ	**Term FO** 12:00 UT
0	–3:26	–3:24	–3:26	-3:26
9	–7:25	–7:23	–7:25	–7:25
31	–13:32	–13:31	–13:32	-13:35
59	–12:24	–12:24	–12:24	-12:25
90	–3:58	–3:59	–3:59	-3:56
120	+2:52	+ 2:51	+2:52	+ 2:52
151	+2:13	+2:13	+2:14	+ 2:13
181	–3:48	–3:48	–3:47	–3:47
212	–6:21	–6:22	–6:21	–6:21
243	–0:06	–0:07	–0:07	–0:07
273	+10:14	+10:13	+10:13	+10:13
304	+16:24	+16:24	+16:24	+16:26
334	+11:05	+11:07	+11:06	+11:05

Tabelle von ZG-Werten 2011

Setzt man im TermFO in den Folgejahren zyklisch wiederkehrend t_P =2,59d , 1,84d , 2,09d , 2,34d und $t_W = t_P - 12{,}85$ d, bekommt man Näherungswerte für die Zeitgleichung ohne Rückgriff auf Tabellenwerte für M_0 und L_0 , die kaum mehr als 5 Sekunden vom aktuellen Wert abweichen. Will man es genauer, rechnet man wie im Exempel und benutzt für die kommenden Jahre Werte für M_0 , L_0 , Exzentrizität e , Schiefe ε_0 , TRJ und ANJ aus der folgenden Tabelle.

	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
L_0	–76,85370°	–76,83647°	–76,81929°	–76,80211°	–76,78493°	–76,76770°	–76,75052°	–76,73334°
M_0	–2,58842°	–1,85873°	–2,11463°	–2,37053°	–2,62643°	–1,89673°	–2,15264°	–2,40854°
e	0,0167040	0,0167035	0,0167031	0,0167027	0,0167023	0,0167019	0,0167014	0,0167010
ε_0	23,43773°	23,,43760°	23,43747°	23,43734°	23,43721°	23,43708°	23,43695°	23,43682°
TRJ	365,242889d	365,242895	365,242901	365,242907	365,242913	365,242920	365,242927	365,242932
ANJ	365,259982d	365,259985	365,259988	365,259991	365,259994	365,259997	365,260001	365,260003

Tabelle von Basiswerten 2012 - 2019 aus dem Sonnenuhrenhandbuch der DGC

Eine Bewegung des Perihel im Gegenuhrzeigersinn mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{mP} = 0,0017192°/365,25d = 0,00004707°/d (Montenbruck, siehe [1]) zeigt das Wachstum von L_0 . Dass ein Erdumlauf (ANJ) circa 366,25 Erdrotationen (Sterntage) alias 365+1/4 mittlere Sonnentage d dauert und im Rhythmus der Schaltjahre einen Tag länger , kann man den Änderungen von M_0 entnehmen.

Literatur

[1] G.Aulenbacher u.a.: Sonnenuhren–Handbuch des AK der DGC, Ausgabe 2006 auf CD
[2] F.Ostermann, Approximationsterme der Zeitgleichung, DGC Mitteilungen 110, Sommer 2007
[3] F.Ostermann, Winkel–Transformation durch ein elliptisches Zahnradpaar, Anwendungen, DGC Mitteilungen Nr.109, Frühjahr 2007
[4] W.Schaub, Vorlesungen über sphärische Astronomie, VG Geest&Portig, Leipzig1950
[5] K.Stumpf, Himmelsmechanik, Band 1, VEB Deutscher Verlag, Berlin 1959
[6] G.Zivny, Die Zeitgleichung, blog , 9. April 2011, http:// www.helios-sonnenuhren...
[7] http://de.wikipedia.org/wiki/Jahreszeit
[8] http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/earth-seasons

Bildnachweis

[Abb.1] Berliner Schulatlas 1910, 3.Auflage, Druck und Verlag B.G.Teubner in Leipzig und Berlin